

## تحلیل فراوانی خشکی رودخانه با استفاده از توزیع‌های آماری رایج و پیشرفته، مطالعه موردی: رودخانه‌های غرب دریاچه ارومیه

محمد ناظری تهرودی<sup>۱</sup> و یوسف رضانی<sup>۲\*</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی دکتری منابع آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه بیرجند و <sup>۲</sup> استادیار، دانشکده کشاورزی، دانشگاه بیرجند

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۰۷/۱۲

تاریخ دریافت: ۱۳۹۶/۰۲/۲۳

### چکیده

برآورد دوره بازگشت فرایندهای هیدرولوژیکی نظیر دبی سیلابی، دبی بیشینه، خشکی و غیره رابطه مستقیم با انتخاب تابع توزیع برازش مناسب با داده‌های سری زمانی دوره آماری دارد. هرچه داده‌های تولیدی ناشی از تابع توزیع برازش و داده‌های واقعی اختلاف کمتر و همبستگی بیشتری داشته باشند، قطعاً دوره بازگشت محاسبه شده به واقعیت نزدیک‌تر است و احتمال خطا تا حد زیادی کاهش می‌یابد. به همین دلیل، باید سعی شود متناسب با داده‌های موجود، بهترین تابع توزیع برازش انتخاب شود. در این پژوهش با استفاده از دبی روزانه رودخانه‌های غرب دریاچه ارومیه و همچنین، روش سال میانگین، داده‌های حجم خشکی رودخانه‌های مذکور استخراج شد. چند توزیع مطرح از هرکدام از توزیع‌های پیوسته نظیر توزیع پیوسته پیشرفته مقادیر حدی تعمیم‌یافته و ویک‌بای، توزیع پیوسته غیر صفر ارلانگ، توزیع پیوسته کران‌دار جانسون اس‌بی و توزیع پیوسته بی‌کران نرمال برای برازش داده‌های حجم خشکی رودخانه‌های غرب دریاچه ارومیه در دوره آماری ۳۸ ساله استفاده شد. سپس، نتایج تمام مدل‌های توزیع با استفاده از آزمون‌های نکویی برازش اندرسون دارلینگ و کولموگروف-اسمیرنوف مقایسه و به ترتیب اولویت درجه‌بندی شدند. همچنین، مدل‌های منتخب، با استفاده از آزمون ارزیابی، مورد ارزیابی قرار گرفتند و همبستگی داده‌های آمار توصیفی تاریخی و داده‌های آمار توصیفی مدل شده به دست آمد. نتایج حاصل از توزیع فراوانی خشکی سه رودخانه مورد مطالعه نشان داد که از میان توزیع‌های گروه پیوسته، توزیع‌های آماری پیشرفته ویک‌بای و جانسون اس‌بی بهترین توزیع را داشته و نسبت به روش‌های توزیع آماری رایج نیز عملکرد بهتری داشتند.

**واژه‌های کلیدی:** ارلانگ، توزیع تعمیم‌یافته، جانسون اس‌بی، روش‌های توزیع آماری، شهرستان ارومیه

### مقدمه

Houghton (۱۹۷۸) بیان کرد که تابع‌های برازش قدیمی سه پارامتری مانند لوگ نرمال جواب خوبی بر داده‌های سیلابی ندارند و تابع ویک‌بای پنج پارامتری را معرفی کرد که بسیار انعطاف‌پذیر بود و اشکال مختلف داده‌ها را شامل می‌شد. Griffiths (۱۹۸۹) برای برازش داده‌های سیلابی سالانه دو توزیع بتا و

دقت تحلیل فراوانی سیلاب یا تحلیل خشکی و دوره بازگشت خشکی‌ها، بستگی به انتخاب نوع توزیع احتمالاتی و روش تخمین پارامترهای آن دارد. بنابراین، به نظر می‌رسد که اگر مقادیر پرت از بررسی حذف شوند، نتایج آماری از دقت زیادی برخوردار خواهد بود.

تعمیم‌یافته، با استفاده از روش گشتاورهای خطی برازش دادند و آزمون نکویی برازش، توزیع ویک‌بای پنج پارامتری را تأیید کرد.

Fatehi-Peykani (۲۰۰۹) چندین توزیع آماری بر توزیع سرعت باد اندازه‌گیری شده در مقیاس گره برای ایستگاه‌های سینوپتیک داران، بافت، سرخس و مایان برازش داد و مقایسه نتایج حاکی از آن بود که صرفاً تمرکز بر روی یک توزیع برای ارائه توزیع فراوانی سرعت باد مناسب نیست. Mosaedi و همکاران (۲۰۰۹) ۲۵ توزیع آماری را بر روی آمار دبی روزانه رودخانه گرگان‌رود در طی دوره آماری ۵۰ ساله برازش دادند و با استفاده از نرم‌افزار EasyFit و آزمون‌های گلموگروف-اسمیرنوف و کای اسکوتر، به ترتیب آزمون‌ها، توزیع لوگ نرمال ۳ پارامتری و پارتو تعمیم‌یافته، توزیع‌های مناسبی برای دوره‌های مختلف کم آبی انتخاب شدند. Keshtkaran و Sabzevari (۲۰۱۰) برای تخمین بیشینه سیلاب‌های لحظه‌ای رودخانه‌های قره‌آغاج و بختگان پل‌خان استان فارس توزیع‌های آماری تعمیم‌یافته جدیدی همچون پارتوی تعمیم‌یافته، لجستیک تعمیم‌یافته، گاما، جی‌ای‌وی، لگ لجستیک، جانسون‌اس‌بی و ویک‌بای را مورد ارزیابی قرار دادند و عملکرد هر توزیع بر اساس معیارهای اندرسون دارلینک، کلموگروف اسمیرنوف و خ‌دو مقایسه کردند و توزیع آماری پارتوی تعمیم‌یافته، ویک‌بای و جانسون‌اس‌بی جزء بهترین توزیع‌های آماری در منطقه شناخته شدند. Moravaj و Khalili (۲۰۱۲) توزیع پیشرفته ویک‌بای و توزیع‌های رایج آماری را بر روی داده‌های بارش سالیانه ایستگاه‌های باران‌سنجی غرب دریاچه ارومیه برازش دادند و نتایج تحقیقات نشان داد که توزیع ویک‌بای، توزیع منتخب ۹۴ درصد ایستگاه‌ها است.

در این مطالعه یک توزیع مطرح از هر کدام از توزیع‌های پیوسته نظیر توزیع پیوسته پیشرفته جی‌ای وی و ویک‌بای، توزیع پیوسته غیر صفر ارلانگ، توزیع پیوسته کران‌دار جانسون‌اس‌بی و توزیع پیوسته بی‌کران نرمال برای برازش داده‌های حجم خشکی استفاده شد. این در حالی است که در مطالعات برآورد سیلاب از تابع لاگ پیرسون نوع سه استفاده می‌شود. همچنین، در این مطالعه سعی شده است که برآورد

ویک‌بای را مورد آزمون قرار داد و نتایج مدل نشان دهنده دقت بالای توزیع ویک‌بای نسبت به توزیع بتا بود. Gholami و همکاران (۲۰۰۱) با استفاده از روش گشتاور L، توزیع‌های احتمالی مناسب بر دبی کمینه، میانگین و بیشینه ۷۰ ایستگاه منطقه مازندران را برازش دادند و نتایج، توزیع گامبل و لوگ نرمال را برای دبی‌های بیشینه لحظه‌ای سالانه برای بیشتر ایستگاه‌ها مورد قبول دانست. Khoshhal و همکاران (۲۰۰۲) کاربرد مدل گامبل در تجزیه و تحلیل فراوانی بارش‌های بیشینه حوضه کارون شمالی را مورد ارزیابی قرار دادند و نتایج حاکی از آن بود که روش گامبل ترکیبی در مقابل روش گامبل تک متغیره دقت بیشتری دارد و اطلاعات بیشتری برای وقوع بیشینه بارش‌ها در آینده پیش‌بینی می‌شود.

Lee (۲۰۰۴) با کاربرد تحلیل فراوانی بارندگی در مطالعه خصوصیات پراکندگی بارندگی در چیا-نان<sup>۱</sup> تایوان جنوبی با استفاده از توزیع‌های نرمال، لوگ نرمال، پیرسون تیپ ۳ و لوگ پیرسون نوع ۳ در ۱۷۸ ایستگاه دارای داده‌های بارندگی سالانه برای بیش از ۱۰ سال نشان داد که توزیع لوگ پیرسون تیپ ۳ در میان توزیع‌های احتمالاتی بهترین توزیع شناخته شده است. Kroll و Vogel (۲۰۰۲)، Jingyi و Hall (۲۰۰۴)، Kumar و Chatterjee (۲۰۰۵)، Nguyen (۲۰۰۶) و Abida و Ellouze (۲۰۰۷) با استفاده از گشتاورهای خطی تحقیقاتی برای یافتن بهترین توزیع‌های آماری متناسب با داده‌های مناطق مختلف را مورد مطالعه قرار دادند. Yousefi و همکاران (۲۰۰۶) با استفاده از توزیع نرمال و زنجیره مارکوف احتمال حالت‌های خشکسالی و ترسالی ایستگاه قزوین را بر اساس بارش‌های سالانه و فصول مختلف برآورد کردند و نتایج حاصله نشانگر این بود که آزمون خ‌دو حکم بر برتری زنجیره مارکوف نسبت به توزیع نرمال دارد. Abdi Kordani و Fakhari-Far (۲۰۰۸) دبی‌های بیشینه سالیانه ۳۸ رودخانه زیرحوضه‌های آذربایجان شرقی در دوره آماری مشترک ۳۴ ساله را با استفاده از توزیع‌های ویک‌بای پنج پارامتری، لجستیک تعمیم‌یافته، مقادیر حد تعمیم‌یافته و پارتو

<sup>۱</sup> Chia-Nan

این ایستگاه به مکان دیگری انتقال یافته است. برای رودخانه‌های باراندوزچای و نازلوچای از داده‌های روزانه، ماهانه و سالانه ۳۸ ساله (۱۳۵۲-۸۹) ایستگاه‌های هیدرومتری تپیک و دیزج استفاده شده است. در جدول ۱ مشخصات هر یک از ایستگاه‌های مورد مطالعه آورده شده است. شکل ۱ موقعیت رودخانه‌های نازلوچای، شهرچای و باراندوزچای را نشان می‌دهد.

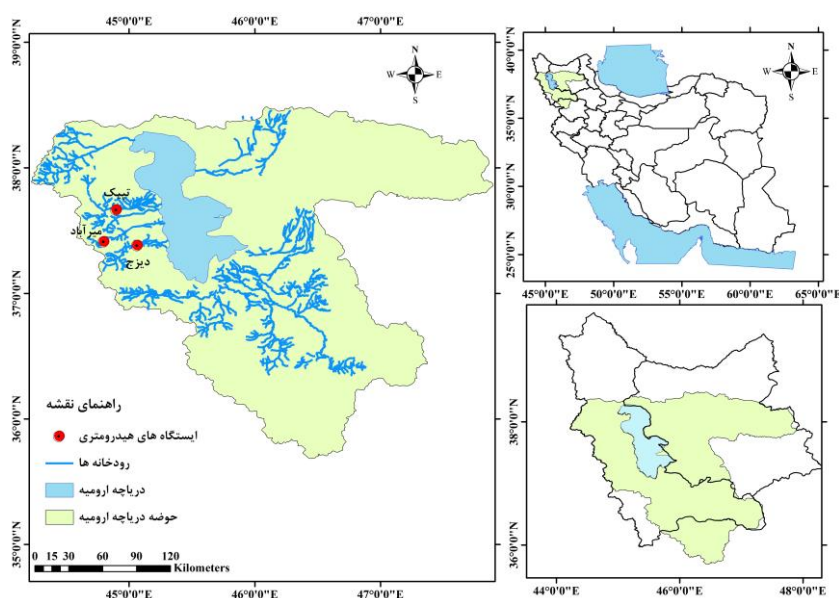
خشکی رودخانه همراه با منحنی‌های شدت، مدت و فراوانی حجم خشکی (حجم کمبود) باشد.

### مواد و روش‌ها

**منطقه مورد مطالعه:** در این تحقیق از داده‌های روزانه، ماهانه و سالانه ۳۱ ساله ایستگاه هیدرومتری میرآباد از سال آبی ۱۳۵۲ الی ۱۳۸۲ واقع در بالادست حوضه رودخانه شهرچای استفاده شده است. از سال ۱۳۸۳ به دلیل شروع عملیات احداث سد شهرچای،

جدول ۱- مشخصات آماری سری‌های جریان رودخانه‌های غرب دریاچه ارومیه

رودخانه	ایستگاه	دوره آماری	عرض جغرافیایی	طول جغرافیایی	مقیاس زمانی	میانگین دبی ( $m^3s^{-1}$ )	انحراف معیار ( $m^3s^{-1}$ )	ضریب چولگی
شهرچای	میرآباد	۱۳۵۲-۸۲	۵۳-۴۴	۲۶-۳۷	روزانه	۵/۰۹	۷/۵۴	۲/۴۵
					ماهانه		۶/۸۹	۲/۱۸
					سالانه		۱/۸۹	۰/۵۲۴
باراندوزچای	دیزج	۱۳۵۲-۸۹	۴۵-۰۴	۳۷-۲۳	روزانه	۷/۸۶	۹/۲۸	۳/۲۵
					ماهانه		۸/۰۳	۱/۹۳
					سالانه		۳/۰۲	۰/۶۲۳
نازلوچای	تپیک	۱۳۵۲-۸۹	۴۴-۵۴	۳۷-۴۰	روزانه	۱۱/۵۶	۱۶/۹۹	۳/۱۸
					ماهانه		۱۵/۳۵	۲/۵۳
					سالانه		۵/۷۱	۱/۲۲



شکل ۱- موقعیت ایستگاه‌های مورد مطالعه

زیرینه با ارتفاع ۳۱۰۰ متر، کمال با ارتفاع ۳۳۸۶ متر و زیرینابوتان با ارتفاع ۳۳۶۹ متر واقع در حدود ۴۴ کیلومتری جنوب غربی شهرستان ارومیه سرچشمه

رودخانه شهرچای از رودخانه‌های مستقل زیرحوضه نازلوچای می‌باشد که در جنوب و جنوب غرب مرکز شهرستان ارومیه جریان دارد و از کوه‌های

روز استخراج می‌شود. بعد از استخراج مدت دوام‌های خشکی یک تا  $n$  روزه، سال‌های فاقد داده خشکی، با استفاده از روش رگرسیون یا روش‌های درون‌یابی تصحیح و تکمیل می‌شود. از آن‌جا که فرض اولیه برای داده‌های هیدرولوژیکی ایستا بودن آن‌ها است، لذا، قبل از انجام هرگونه محاسبات بر روی داده‌ها نیاز است که ایستایی و حتی همگنی داده‌ها مورد ارزیابی قرار گیرد که بدین منظور از روش والد-ولفویتس برای آزمون استقلال و از روش ویلکاکسون برای آزمون همگنی داده‌های خشکی استفاده می‌شود.

**آزمون ویلکاکسون<sup>۱</sup>:** زمانی که در یک تحقیق هدف مقایسه یک متغیر در دو وضعیت متفاوت باشد و در صورت عدم برقراری فرض نرمال بودن نمونه می‌توان از آزمون ناپارامتری ویلکاکسون برای مقایسه دو گروه وابسته استفاده کرد. این آزمون با در نظر گرفتن تفاوت داده‌ها اقدام به برآورد همگنی داده‌ها می‌کند. تفاوت داده‌ها با مقایسه هر داده با داده‌ی قبل و بعد خود حاصل می‌شود. با استفاده از آماره زیر می‌توان همگنی داده‌ها را مورد بررسی قرار داد.

$$Z = \frac{T - \frac{n(n+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}} \quad (2)$$

که در آن،  $n$  حجم نمونه مورد استفاده و  $T$  مجموع رتبه‌های داده‌هایی است که افزایش تفاوت (یا کاهش تفاوت) داشته‌اند. آماره حاصل با توجه به یک‌طرفه یا دوطرفه بودن فرض مقابل مورد بررسی قرار می‌گیرد. در صورتی که حجم نمونه‌ها کوچک باشد، این آماره با مقدار حاصل از جدول ویلکاکسون مقایسه می‌شود و در صورت بزرگ بودن حجم نمونه از توزیع نرمال برای رد یا پذیرش فرض صفر استفاده می‌شود (Wilcoxon, ۱۹۴۵).

**آزمون ران تست<sup>۲</sup>:** آزمون تصادفی بودن داده‌ها، آزمون ران تست می‌باشد که یک آزمون آماری غیر پارامتری است و ابتدا به‌وسیله آبراهام والد و ژاکوب ولفویتس<sup>۳</sup> پیشنهاد شد که در اصل برای این است که

می‌گیرد و در نهایت به دریاچه ارومیه می‌ریزد. حوضه باراندوزچای با مساحت ۱۲۰۳ کیلومتر مربع در شمال غرب کشور بین دریاچه ارومیه و مرز ایران و کشورهای عراق و ترکیه واقع شده است. طول آبراهه اصلی ۷۵ کیلومتر بوده، بیشینه ارتفاع این حوضه ۳۵۰۰ متر و کمینه ارتفاع در خروجی معادل ۱۲۵۰ متر از سطح آزاد آب‌ها می‌باشد. نازلوچای از آب‌های خط‌الرأس بلندی‌های مرزی ایران و ترکیه سرچشمه می‌گیرد. سرچشمه مهم این رودخانه، سروچای است و خود این رودخانه نیز از دو شاخه سرو و برادوست از ترکیه سرچشمه می‌گیرند. نازلوچای مسیر جاده تبریز به ارومیه را قطع کرده، مازاد آب آن تشکیل دلتایی را داده و در دو شاخه وارد دریاچه ارومیه می‌شود.

**استخراج مدت دوام‌های خشکی:** در این مطالعه، برای به‌دست آوردن حجم خشکی رودخانه با استفاده از داده‌های دبی روزانه، از روش سال میانگین استفاده شده است. مدت دوام‌های خشکی از سری زمانی داده‌های دبی روزانه ایستگاه‌های مورد مطالعه به‌صورت زیر استخراج می‌شود که ابتدا سال میانگین برای هر ۳۶۵ روز سال با استفاده از رابطه (۱) محاسبه می‌شود. سپس دبی روزانه از مقدار سال میانگین همان روز کم شده و با انتخاب بیشترین حجم خشکی (منفی‌ترین) پیوسته یک تا  $n$  روزه، دوام‌های خشکی یک تا  $n$  روز استخراج می‌شود. بعد از استخراج مدت دوام‌های خشکی یک تا  $n$  روزه، سال‌های فاقد داده خشکی، با استفاده از روش رگرسیون یا روش‌های درون‌یابی تصحیح و تکمیل می‌شود.

$$K_i = \frac{\sum Y_{ij}}{n} \quad (1)$$

که در آن،  $K_i$  سال میانگین روز  $i$ ام،  $Y_{ij}$  دبی  $i$ ام در سال  $j$ ام و  $n$  تعداد سال دوره آماری است. با فرض  $K_i$  برابر با سال میانگین یکم مهرماه،  $\sum Y_{ij}$  برابر با مجموع دبی یکم مهرماه تمام سال‌های دوره آماری خواهد بود. به همین ترتیب سال میانگین برای دوم مهرماه، سوم مهرماه تا سال میانگین ۳۱ شهریور محاسبه و سپس دبی روزانه از مقدار سال میانگین همان روز کم شده و با انتخاب بیشترین حجم خشکی (منفی‌ترین) پیوسته یک تا ۶۰ روزه، دوام‌های خشکی یک، دو، سه، ...، ۶۰

<sup>1</sup> Wilcoxon

<sup>2</sup> Run test

<sup>3</sup> Abraham Wald and Jacob Wolfowitz

تجمعی معکوس تعریف می‌شود. (Houghton ۱۹۷۸) اولین محقق بود که برای بار اول از این آماره برای برازش داده‌های سیلابی استفاده کرد (Hosking, ۲۰۰۵).

$$x(f) = \zeta + \frac{\alpha}{\beta} (1 - (1 - F)^\beta)^{-1} \quad (۷)$$

که در آن،  $\beta$  و  $\gamma$  و  $\delta$  پارامتر شکل،  $\zeta$  میانگین و  $\alpha$  واریانس داده‌ها است (Ozteken, ۲۰۱۱).

**توزیع ارلانگ<sup>۳</sup>:** توزیع احتمالی پیوسته‌ای است که به دلیل ارتباط آن با توزیع‌های نمایی و گاما دارای کاربردهای فراوانی است. این توزیع اولین بار به وسیله اگنر کراروپ ارلانگ<sup>۴</sup>، دانشمند دانمارکی، که بر روی تعداد تلفن‌های هم‌زمان به یک اپراتور در ایستگاه سوئیچ مطالعه می‌کرد، پیشنهاد شد. متغیر تصادفی ارلانگ یک متغیر تصادفی گاما با پارامتر شکل  $m$  است. شکل‌های متغیر تصادفی گاما با سایر متغیرهای تصادفی در مورد متغیر تصادفی ارلانگ نیز به کار می‌رود (Evans و همکاران، ۲۰۰۹).

$$F(x) = \frac{(x - \mu)^{m-1}}{\sigma^m \Gamma(m)} \exp\left(-\frac{(x - \mu)}{\sigma}\right) \quad (۸)$$

که در آن،  $m$  پارامتر شکل،  $\delta$  انحراف معیار و  $\mu$  میانگین است و دامنه تعریف آن به شرح زیر می‌باشد.

$$\gamma \leq x \leq \infty \quad (۹)$$

**توزیع جانسون اس‌بی<sup>۵</sup>:** یک توزیع کران‌دار پیوسته است که توزیع‌های متناهی را پوشش می‌دهد و می‌تواند از بالا، پایین یا هر دو طرف محدود باشند. این خانواده از توزیع‌ها، توزیع‌های گاما، بتا و دیگر توزیع‌ها را پوشش می‌دهد (Johnson, ۱۹۴۹).

$$F(x) = \frac{\delta}{\lambda \sqrt{2\pi Z} (1-z)} \exp\left[-\frac{1}{2(\gamma + \ln(\frac{Z}{1-Z}))^2}\right] \quad (۱۰)$$

مشخص شود وقایعی که فقط دو حالت داشته و پشت سر هم اتفاق می‌افتند، تصادفی است یا خیر؟

$$R = ra + rb \quad (۳)$$

$$Z = \frac{R - (\frac{2n_a n_b}{n_a n_b} + 1)}{\sqrt{\frac{2n_a n_b (n_a n_b - n_a - n_b)}{(n_a + n_b)^2 (n_a n_b - 1)}}} \quad (۴)$$

که در این آن‌ها،  $n_a$  داده‌های کمتر از شاخص مرکزی میانه،  $n_b$  داده‌های بیشتر از شاخص مرکزی،  $r_a$  و  $r_b$  به ترتیب دنباله داده‌های کمتر و بیشتر از شاخص مرکزی هستند. بعد از محاسبه مقدار  $Z$  مقدار این عبارت را در سطح معنی‌دار ۹۰، ۹۵ و ۹۹ درصد بررسی می‌شود (Reinmuth و Mendenhall, ۱۹۸۲).

**توزیع‌های احتمالی:** در این تحقیق توزیع‌های آماری رایج هیدرولوژی و توزیع‌های پیشرفته و یک‌بای، جانسون اس‌بی، ارلانگ و جی‌ای‌وی مورد استفاده و مقایسه قرار گرفته‌اند.

**توزیع مقادیر حدی تعمیم‌یافته<sup>۱</sup>:** توزیع مقادیر حدی تعمیم‌یافته، توسعه یافته توزیع مقدار فرین (کمینه یا بیشینه) می‌باشد و بر اساس سه توزیع از خانواده توزیع فرین (گامبل، فریچت و ویبول منفی) انجام می‌شود که برای متغیری با رفتار تصادفی در نمونه‌های بزرگ پیشنهاد شده است. آماره توزیع جی-ای‌وی به شرح زیر است (Alentorn, ۲۰۰۷).

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma} \exp(-1+kz)^{-1/k} (1+kz)^{-1-1/k}, & k \neq 0 \\ \frac{1}{\sigma} \exp(-Z - \exp(-z)), & k = 0 \end{cases} \quad (۵)$$

که در آن،  $k$  پارامتر شکل،  $\sigma$  انحراف معیار و  $\mu$  میانگین است و دامنه تعریف این توزیع به شرح زیر است (Arnold و Laguna, ۱۹۷۷؛ Balkema و de Haan, ۱۹۷۴؛ Barry و Arnol, ۲۰۱۱؛ Markose و Alentorn, ۲۰۱۱).

$$\begin{cases} 1 + k \frac{(x - \mu)}{\sigma} > 0, & k \neq 0 \\ -\infty < x < +\infty, & k = 0 \end{cases} \quad (۶)$$

**توزیع ویک‌بای<sup>۲</sup>:** توزیع ویک‌بای یک توزیع پیشرفته از توزیع‌های پیوسته است که به صورت تابع توزیع

<sup>۳</sup> Erlang

<sup>۴</sup> Agner Krarup Erlang

<sup>۵</sup> Johnson SB

<sup>۱</sup> Generalized Extreme Value (GEV)

<sup>۲</sup> Wakeby

است. این تابع یک تابع پله‌ای است که در هر نقطه از داده‌های ترتیبی با ضریب  $1/n$  افزایش می‌یابد (Fatehi-Peykani, ۲۰۰۹).

**آزمون آندرسن دارلینگ:** آزمون آندرسن دارلینگ برای بررسی این‌که آیا یک نمونه از داده‌ها ناشی از یک جمعیت با توزیع خاصی است، استفاده می‌شود. این آزمون تصحیحی از آزمون کولموگروف-اسمیرنوف است و وزن بیشتری به داده‌ها نسبت به آنچه آزمون کولموگروف-اسمیرنوف انجام می‌دهد، تخصیص می‌دهد. مزیت این روش این است که اجازه می‌دهد آزمون حساسیت بیشتری داشته باشد. تنها عیب این روش نیز این است که مقادیر بحرانی باید برای هر توزیع محاسبه شود. آماره آزمون آندرسن دارلینگ به صورت ذیل تعریف می‌شود.

$$A^2 = -N - S \quad (۱۶)$$

$$S = \sum_{i=1}^N \frac{2i-1}{N} [\ln F(Y_i) + \ln(1-F(Y_{N+1-i}))] \quad (۱۷)$$

که در آن،  $F$  تابع توزیع تجمعی از توزیع مشخص شده‌ای است.  $y_i$  داده‌های مرتب هستند. مقادیر بحرانی برای آزمون آندرسن دارلینگ به توزیع مشخصی که آزمون می‌شود، بستگی دارد.

### نتایج و بحث

با استفاده از روش سال میانگین، داده‌های حجم خشکی رودخانه‌های غرب دریاچه ارومیه استخراج و تا مدت دوام ۶۰ روزه، با استفاده از روش رگرسیون تصحیح و تکمیل شد. نتایج حاصل از محاسبه حجم خشکی‌های جریان سه رودخانه غرب دریاچه ارومیه در مدت دوام‌های مختلف به صورت شکل‌های ۲ تا ۴ ارائه شده است. بر اساس نتایج حاصله می‌توان توزیع آماری بیشینه حجم را در مدت دوام‌های مختلف برازش داد. بعد از استخراج حجم خشکی و تکمیل آن تا مدت دوام ۶۰ روزه، همگنی و استقلال داده‌های حجم خشکی رودخانه‌های غرب دریاچه ارومیه مورد بررسی قرار گرفت و نتایج آماره  $p$ -value این آزمون‌ها به شرح جدول ۲ ارائه شد. نتایج حاصل از بررسی اولیه داده‌های حجم خشکی رودخانه‌های غرب دریاچه ارومیه، همگنی و استقلال این داده‌ها را تأیید کرد. بعد از تأیید آزمون‌های اولیه داده‌های حجم خشکی، این

$$z = \frac{x - \zeta}{\lambda} \quad (۱۱)$$

که در آن،  $\lambda, \delta$  پارامتر شکل،  $\lambda$  پارامتر مقیاس و  $\zeta$  پارامتر موقعیت می‌باشد و دامنه تعریف آن به شرح زیر است.

$$\zeta \leq x < \zeta + \lambda \quad (۱۲)$$

**توزیع نرمال:** توزیع نرمال یکی از مهمترین توزیع‌های احتمالی پیوسته در نظریه احتمالات است. علت نام‌گذاری و همچنین، اهمیت این توزیع، هم‌خوانی بسیاری از مقادیر حاصل شده، هنگام نوسان‌های طبیعی و فیزیکی پیرامون یک مقدار ثابت با مقادیر حاصل از این توزیع است. دلیل اصلی این پدیده، نقش توزیع نرمال در قضیه حد مرکزی است (Yousefi و همکاران، ۲۰۰۶). این توزیع گاهی به دلیل استفاده کارل فردریک گاوس از آن در کارهای خود با نام توزیع یا تابع گاوسی (گاوسی) نامیده می‌شود. همچنین، به دلیل شکل تابع احتمال این توزیع، با نام انحنای زنگوله‌ای (زنگدیس) نیز معروف است.

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (۱۳)$$

که در آن،  $\mu$  پارامتر تعیین کننده مکان (میانگین) و  $\sigma$  پارامتر تعیین کننده مقیاس (واریانس) است و دامنه تعریف آن به شرح زیر می‌باشد.

$$-\infty \leq x \leq +\infty \quad (۱۴)$$

تمام آزمون‌های به کار گرفته شده با دو آزمون نکویی برازش کولموگروف-اسمیرنوف و آندرسن دارلینگ مورد آزمون قرار گرفته‌اند.

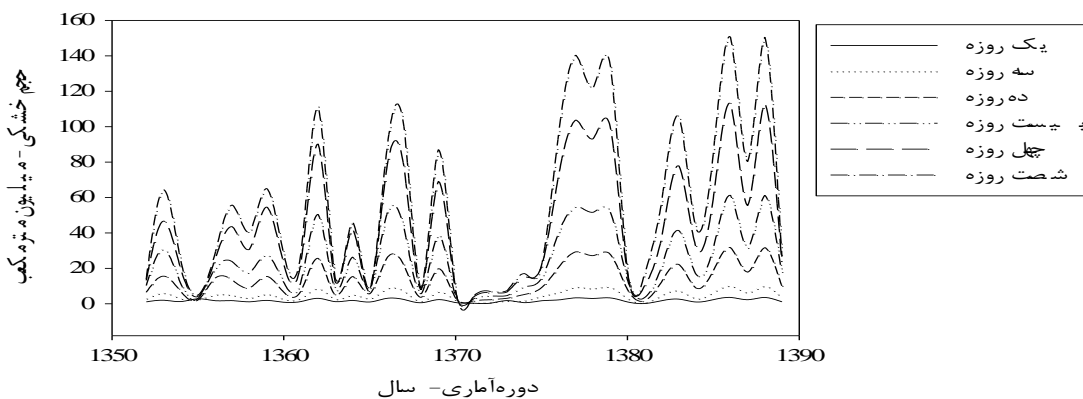
**آزمون کولموگروف-اسمیرنوف:** کاربرد آزمون کولموگروف-اسمیرنوف این است که دریابیم آیا یک نمونه از یک جامعه با توزیع خاصی است یا خیر؟ این آزمون بر اساس تابع توزیع تجربی می‌باشد.  $N$  تعداد داده مرتب مفروض  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  در نظر گرفته شده و تابع توزیع تجربی به صورت زیر تعریف می‌شود (Mosaedi و همکاران، ۲۰۰۹).

$$En = n(i) / N \quad (۱۵)$$

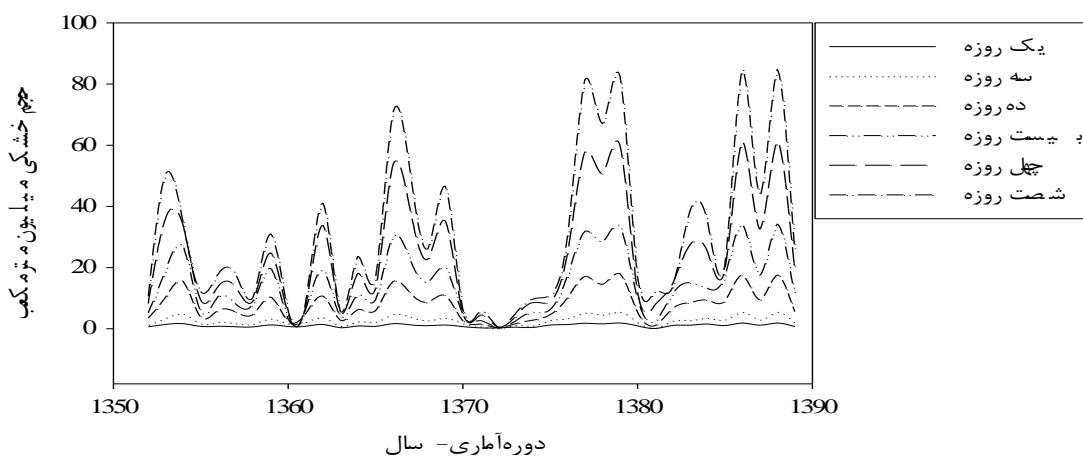
که در آن،  $n(i)$  تعداد نقاط کمتر از  $y_i$  است و  $y_i$  از کوچک‌ترین مقدار تا بزرگ‌ترین مقدار مرتب شده

اسمیرنف و آزمون اندرسون دارلینگ رتبه‌بندی شده و مقایسه شدند. نتایج حاصل در جداول ۳ الی ۵ و شکل ۵ ارائه شد.

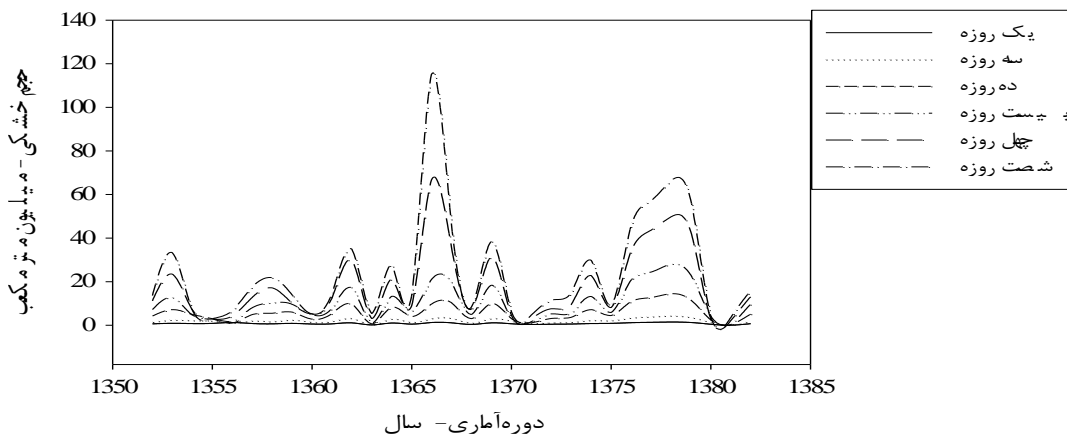
داده‌ها استفاده توزیع‌های آماری ویک‌بای، جانسون اس‌بی، جی‌ای‌وی، ارلانگ و نرمال برازش داده شده و به کمک دو آزمون نکویی برازش کولوموگروف-



شکل ۲- نتایج خشکی استخراج شده و تکمیل شده رودخانه نازلوچای ارومیه



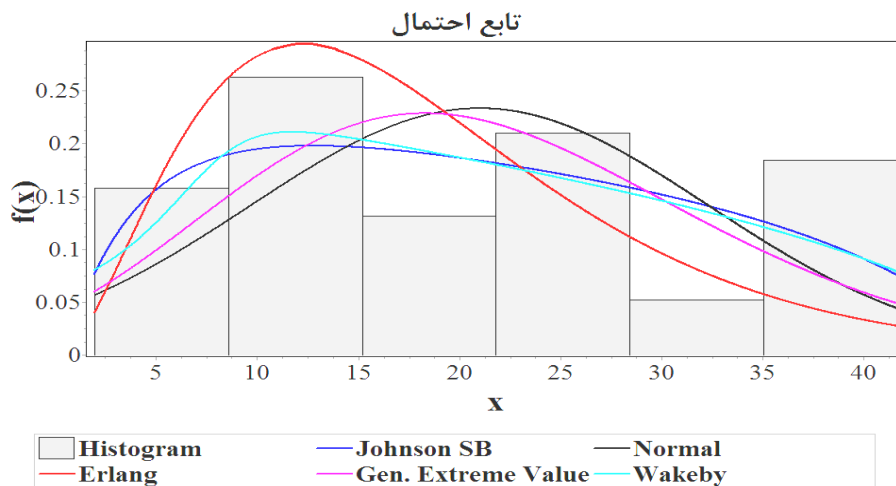
شکل ۳- نتایج خشکی استخراج شده و تکمیل شده رودخانه باراندوزچای ارومیه



شکل ۴- نتایج خشکی استخراج شده و تکمیل شده رودخانه شهرچای ارومیه

جدول ۲- نتایج آزمون‌های همگنی و استقلال داده‌های غرب دریاچه ارومیه

روزه ۶۰	روزه ۴۰	روزه ۲۰	روزه ۱۰	روزه ۳	روزه ۱	نتایج آزمون	رودخانه
۰/۴۸	۰/۷۲	۰/۲۸	۰/۳۸	۰/۳۸	۰/۴۶	Wilcoxon	شهرچای
۰/۰۶	۰/۰۶	۰/۰۷	۰/۰۶	۰/۲۱	۰/۲۱	Wald-Wolfowitz	شهرچای
۰/۱۳	۰/۱۴	۰/۲۱	۰/۲۲	۰/۳۶	۰/۶۵	Wilcoxon	نازلوچای
۰/۰۶	۰/۱۱	۰/۱۳	۰/۰۹	۰/۰۹۱	۰/۲۹	Wald-Wolfowitz	نازلوچای
۰/۱۳	۰/۱۹	۰/۳۱	۰/۴۱	۰/۴۱	۰/۳۶	Wilcoxon	باراندوزچای
۰/۰۶	۰/۰۶	۰/۰۶	۰/۰۶	۰/۰۶	۰/۰۶۹	Wald-Wolfowitz	باراندوزچای



شکل ۵- برازش هر پنج توزیع بر روی تابع چگالی احتمال داده‌های خشکی یک روزه رودخانه نازلوچای

مشاهده‌ای و متناظر با آن مقدار برآورد شده به وسیله توزیع آماری است. این نمودار به شرح شکل ۶ قابل مشاهده است. همان‌طور که از شکل ۶ مشاهده می‌شود، توزیع ویک‌بای برازش خیلی خوب و توزیع‌های جی‌ای وی و جانسون اس‌بی نیز برازش مشابهی دارند. برای اطمینان از دقت محاسبات و انتخاب توزیع آماری مناسب، علاوه بر آزمون‌های نکویی برازش کولوموگروف-اسمیرنف و اندرسون-دارلینگ، داده‌های آمار توصیفی (میانگین، انحراف معیار، واریانس، چولگی، کشیدگی و ...) داده‌های نمونه و برازش داده شده با توزیع آماری، مورد بررسی آزمون همبستگی قرار گرفت و همبستگی بین این داده‌ها به دست آمده و به شرح شکل ۷ ارائه شد.

همان‌طور که مشاهده می‌شود، با توجه به آزمون‌های کولوموگروف-اسمیرنف و اندرسون دارلینگ، تقریباً در تمام موارد توزیع‌های آماری جانسون اس‌بی، جی‌ای وی و ویک‌بای، در رتبه اول قرار دارند. برای برازش گرافیکی داده‌های مورد نظر با توابع توزیع آماری از شکل‌های مقادیر مشاهده‌ای در مقابل داده‌های برآورد شده از توزیع‌های آماری استفاده شد. همان‌طور که مشاهده شد، در برخی موارد نتایج روش‌ها به یکدیگر نزدیک هستند اما از آن‌جا که محاسبات برآورد دوره بازگشت حجم خشکی نیاز به دقت بالایی دارد، لذا، سعی شده است که بهترین تابع انتخاب شود. برای تعیین بهترین احتمال به روش گرافیکی می‌توان از شکل‌های Q-Q استفاده کرد. هر نقطه بر روی شکل Q-Q معرف مقدار داده



جدول ۳- رتبه‌بندی و نتایج آماره‌های توزیع رودخانه شهرچای

روزه ۱	روزه ۳	روزه ۱۰	روزه ۲۰	روزه ۴۰	روزه ۶۰
Wakeby	Wakeby	Wakeby	Wakeby	Wakeby	Wakeby
S=۰/۰۷۸ P=۰/۹۸۲	S=۰/۰۷۳ P=۰/۱۵۸	S=۰/۰۹۰ P=۰/۹۴۱	S=۰/۰۸۰ P=۰/۹۷۷	S=۰/۰۹۴ P=۰/۹۲۲	S=۰/۰۷۹ P=۰/۹۸۱
Gev	Sb	Sb	Gev	Sb	Gev
S=۰/۰۸۱ P=۰/۹۷۵	S=۰/۰۸۵ P=۰/۹۶۰	S=۰/۰۹۷ P=۰/۸۹۹	S=۰/۰۹۷ P=۰/۳۷۳	S=۰/۰۹۰ P=۰/۹۱۷	S=۰/۰۸۹ P=۰/۹۴۴
Normal	Gev	Gev	Sb	Gev	Sb
S=۰/۰۸۲ P=۰/۹۵۹	S=۰/۰۹۰ P=۰/۲۱۵	S=۰/۰۸۰ P=۰/۸۰۶	S=۰/۰۹۸ P=۰/۸۹۵	S=۰/۰۸۰ P=۰/۸۰۶	S=۰/۰۸۳ P=۰/۸۹۶
Sb	Normal	Normal	Normal	Erlang	Normal
S=۰/۰۹۰ P=۰/۹۴۱	S=۰/۰۹۷ P=۰/۹۰۴	S=۰/۰۸۴ S=۰/۱۴۸	S=۰/۰۲۲۱ P=۰/۳۵۸	S=۰/۱۴۰ P=۰/۵۲۴	S=۰/۰۲۲۱ P=۰/۰۸۵
Erlang	Erlang	Erlang	Erlang	Normal	Erlang
S=۰/۱۲۳ P=۰/۸۶۲	S=۰/۱۲۸ P=۰/۶۳۹	غیر قابل قبول	غیر قابل قبول	S=۰/۲۲۹ P=۰/۰۶۴	غیر قابل قبول
Gev	Wakeby	Wakeby	Wakeby	Gev	Gev
S=۰/۱۹۰۸۵	S=۰/۱۵۸۷۲	S=۰/۲۴۷۰۶	S=۰/۲۰۷	S=۰/۳۱۱۱	S=۰/۳۴۰۳
Wakeby	Gev	Sb	Gev	Wakeby	Sb
S=۰/۲۰۴۰۹	S=۰/۲۱۵۳۲	S=۰/۲۶۶۵۷	S=۰/۳۷۳۵۷	S=۰/۴۳۵۳	S=۰/۴۸۸۲۷
Normal	Sb	Gev	Normal	Sb	Wakeby
S=۰/۲۱۳۱۶	S=۰/۲۲۷۷۶	S=۰/۲۹۹۲۷	S=۰/۰۶۳۳	S=۰/۵۴۸۱	S=۲/۰۱۵۶
Erlang	Normal	Normal	Sb	Erlang	Normal
S=۰/۹۵۴۱	S=۰/۲۸۵۲۶	S=۰/۶۸۱۲۸	غیر قابل قبول	S=۱/۰۳۰۶	S=۲/۳۳۹۲
sb	Erlang	Erlang	Erlang	Normal	Erlang
غیر قابل قبول	S=۰/۸۹۳۳۵	غیر قابل قبول	غیر قابل قبول	S=۱/۷۳۱	غیر قابل قبول

کولوموگوروف-اسمیرنفا

اندرسون-دارلینگ

جدول ۴- رتبه‌بندی و نتایج آماره‌های توزیع رودخانه نازلوچای

روزه ۱	روزه ۳	روزه ۱۰	روزه ۲۰	روزه ۴۰	روزه ۶۰
Sb	Wakeby	Sb	Sb	Sb	Sb
S=۰/۰۷۳	P=۰/۹۷۶ S=۰/۰۹۶	P=۰/۸۲۵ S=۰/۰۵۳	P=۰/۹۹۹ S=۰/۰۵۶	P=۰/۹۹۹ S=۰/۰۵۲	P=۰/۹۷۳ S=۰/۰۷۳
Wakeby	Sb	Wakeby	Wakeby	Wakeby	Wakeby
S=۰/۰۷۹	P=۰/۹۵۶ S=۰/۱۰۲	P=۰/۷۶۸ S=۰/۰۷۴	P=۰/۹۷۴ S=۰/۰۷۸	P=۰/۹۰۱ S=۰/۱۱۰۴	P=۰/۷۰۱
Gev	Gev	Gev	Gev	Gev	Gev
S=۰/۱۰۱	P=۰/۷۷۹ S=۰/۱۴۱	P=۰/۳۹۲ S=۰/۱۰۸	P=۰/۷۲۴ S=۰/۰۹۵	P=۰/۴۵۳ S=۰/۱۲۵	P=۰/۵۰۵ S=۰/۱۵۰۵
Normal	Normal	Normal	Normal	Normal	Normal
S=۰/۱۲۷	P=۰/۵۲۳ S=۰/۱۷۵	P=۰/۱۶۸ S=۰/۱۱۶	P=۰/۷۳۷ S=۰/۱۵۰	P=۰/۱۶۱ S=۰/۱۹۵۴	P=۰/۰۹۵
Erlang	Erlang	Erlang	Erlang	Erlang	Erlang
S=۰/۲۱۱	P=۰/۰۷۴	غیر قابل قبول	غیر قابل قبول	غیر قابل قبول	S=۰/۲۱۹۱ P=۰/۰۴۴
Wakeby	Wakeby	Sb	Wakeby	Wakeby	Sb
S=۰/۱۹۲۳۱	S=۰/۳۲۳۱۷	S=۰/۱۱۶۵۳	S=۰/۳۲۷۸۷	S=۰/۴۲۱۵۶	S=۰/۱۶۷۷۵
Sb	Gev	Wakeby	Gev	Gev	Wakeby
S=۰/۲۰۰۲۴	S=۰/۳۸۴۰۳	S=۰/۲۴۸۵۱	S=۰/۶۲۲۶	S=۰/۷۲۵۲۳۴	S=۰/۴۹۳۹۶
Gev	Sb	Gev	Normal	Normal	Gev
S=۰/۳۰۰۷۸	S=۰/۴۸۶۱۲	S=۰/۵۲۳۴۵	S=۱/۱۹۵۷	S=۱/۳۶۶۵	S=۰/۸۵۶۹۳
Normal	Normal	Erlang	Sb	Sb	Normal
S=۰/۴۴۴۷۹	S=۰/۷۵۳۷۸	S=۰/۷۱۳۰۳	غیر قابل قبول	غیر قابل قبول	S=۱/۴۲۶۸
Erlang	Erlang	Normal	Erlang	Erlang	Erlang
S=۱/۹۵۳۸	غیر قابل قبول	S=۰/۹۲۸۹۱	غیر قابل قبول	غیر قابل قبول	S=۳/۸۰۹۳

کولوموگوروف-اسمیرنفا

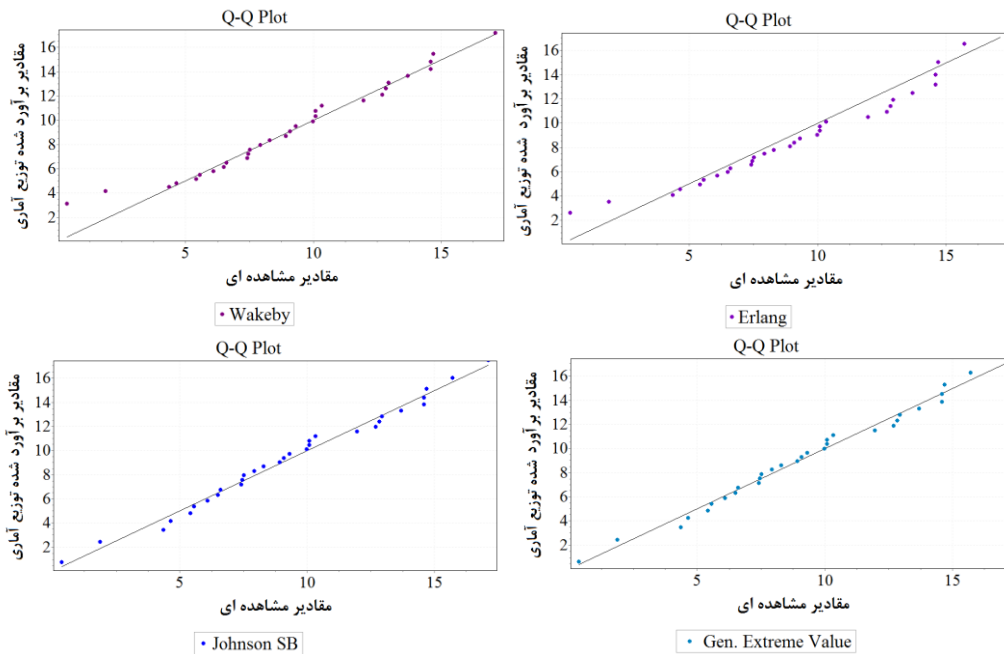
اندرسون-دارلینگا

جدول ۵- رتبه بندی و نتایج آماره‌های توزیع رودخانه باراندوزچای

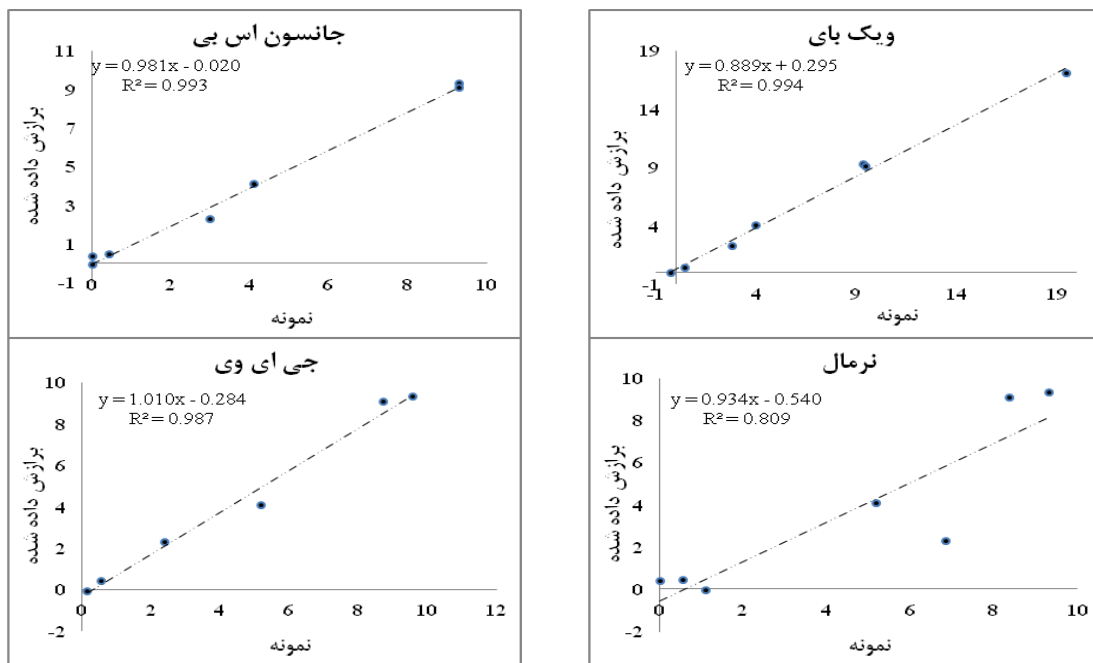
روزه ۱	روزه ۲	روزه ۳	روزه ۴	روزه ۵
Wakeby S=۰/۰۶۷ P=۰/۹۹۰	Wakeby S=۰/۰۶۸ P=۰/۹۸۷	Wakeby S=۰/۰۷۴ P=۰/۹۷۳	Wakeby S=۰/۰۶۵ P=۰/۹۹۲	Wakeby S=۰/۰۵۹ P=۰/۹۸۸
Sb P=۰/۷۳۱	Gev P=۰/۰۷۳	Sb P=۰/۰۷۸	Sb P=۰/۰۷۲	Wakeby P=۰/۰۷۶
Gev P=۰/۰۸۸	Wakeby P=۰/۰۷۵	Gev P=۰/۰۶۹	Gev P=۰/۰۹۶	Gev P=۰/۰۸۱
Normal P=۰/۰۰۶	Normal P=۰/۰۸۲	Normal P=۰/۰۴۱	Erlang P=۰/۰۹۲	Normal P=۰/۰۹۹
Erlang P=۰/۱۸۳	Erlang P=۰/۱۶۸	Erlang P=۰/۲۰۶	Normal P=۰/۰۴۵	Erlang P=۰/۱۸۹
Wakeby S=۰/۱۶۱	Sb S=۰/۲۲۰۹۳	Wakeby S=۰/۲۴۰۲۳	Sb S=۰/۲۰۲۸	Gev S=۰/۴۹۹۶۹
Sb S=۰/۱۸۳۳۷۳	Gev S=۰/۲۲۴۰۸	Sb S=۰/۳۲۱۰۸	Erlang S=۰/۴۷۴۱۴	Sb S=۱/۷۰۲
Gev S=۰/۲۰۶۳۹	Wakeby S=۰/۲۷۲۲۷	Gev S=۰/۳۵۱۰۴	Normal S=۰/۹۶۷۰۱	Normal S=۳/۴۴۰۹
Normal S=۰/۲۸۴۶۹	Normal S=۰/۴۰۲۲۷	Normal S=۰/۶۶۴۵۷	Sb S=۳/۹۶۵۲	Wakeby S=۴/۰۹۶۶
Erlang S=۱/۹۳۳۴	Erlang S=۲/۰۰۴۳	Erlang S=۲/۰۰۴۸	Wakeby S=۴/۰۰۵۹	Erlang S=۴/۰۹۶۶
			غیر قابل قبول	غیر قابل قبول

کولوموگوروف-اسمیرنوف

اندرسون-دارلینگ



شکل ۶- نمودارهای Q-Q با مدت دوام یک روزه رودخانه شهرچای



شکل ۷- برازش داده‌های آمار توصیفی نمونه و برازش داده شده با توزیع‌های آماری رودخانه باراندوزچای با مدت دوام یک روزه

شکل ۶ و همبستگی زیاد و نزدیک به هم توزیع‌های ویک‌بای و جانسون اس‌بی، نیز این موضوع را تأیید می‌کند. اگر رتبه‌بندی صورت گیرد، توزیع‌های جی‌ای-وی و نرمال به ترتیب بعد از دو آزمون منتخب قرار می‌گیرند و توزیع ارلانگ توزیع مناسبی برای تحلیل داده‌های خشکی نمی‌باشد. در بین توزیع‌های رایج، توزیع نرمال برازش بهتری بر داده‌ها داشت و توزیع

با توجه به نتایج جداول ۳ تا ۵ داده‌های خشکی هر سه رودخانه، توزیع‌های برازش داده شده و مقایسه نتایج رودخانه‌ها می‌توان نتیجه گرفت که از میان توزیع‌های گروه پیوسته، توزیع پیشرفته ویک‌بای و توزیع کران‌دار جانسون اس‌بی بهترین توزیع برای داده‌های خشکی هستند. همچنین، برازش داده‌های آمار توصیفی نمونه اصلی و نمونه برازش داده شده در

در حوضه دریاچه ارومیه مورد بررسی و مقایسه قرار گرفت. بعد از استخراج مقادیر حجم خشکی رودخانه، نتایج آزمون‌های استقلال و همگنی داده‌ها برای هر سه رودخانه مورد بررسی قرار گرفته که نتایج تمام آزمون‌ها در سطح معنی‌دار پنج درصد قابل قبول بود. نتایج بررسی توابع توزیع آماری متناسب با داده‌های حجم خشکی رودخانه نشان داد که از بین توزیع‌های مورد بررسی، توزیع آماری ویک‌بای پنج پارامتره دقت بالاتری در برآورد مقادیر نمونه دارد. در این مطالعه نیز توزیع ویک‌بای در بیشتر دوره‌های بازگشت رتبه اول را به دست آورد ولی در تعداد محدودی از دوره‌های بازگشت در رتبه دوم قرار می‌گرفت. این موضوع در مورد رودخانه شهرچای دیده نشد و تنها در دو رودخانه دیگر مشاهده شد که نشان می‌دهد داده‌های حجم خشکی این رودخانه‌ها علاوه بر توزیع ویک‌بای، از توزیع آماری دیگری مثل توزیع جانسون اس‌بی نیز به‌خوبی پیروی می‌کنند و این نیز می‌تواند ناشی از افزایش یا کاهش ناگهانی حجم دبی جریان (ترسالی یا خشک‌سالی) در دوره‌های مختلف باشد.

جی‌ای‌وی نیز که توزیع توسعه یافته‌ی توزیع گامبل است و از خانواده توزیع فرین محسوب می‌شود و یک توزیع سه پارامتری است، بعد از دو توزیع منتخب، برازش خوبی بر داده‌ها داشت و از توزیع گامبل برازش بهتری بر داده‌ها نشان داد که با تحقیقات Khoshhal و همکاران (۲۰۰۲) نیز هم خوانی دارد. توزیع ویک‌بای یک توزیع پنج پارامتری و توزیع جانسون اس بی یک توزیع چهار پارامتری است که می‌توان نتیجه گرفت هرچه تعداد پارامترهای دخالت داده شده در داده‌ها بیشتر باشد، برازش بهتری بر روی داده‌های خشکی انجام خواهد شد و این نتایج نشان‌دهنده برازش خوب دو توزیع منتخب بر روی داده‌های خشکی است که این موضوع نیز با تحقیقات Keshtkaran و همکاران (۲۰۱۰)، Griffiths (۱۹۸۹) و Moravaj و Khalili (۲۰۱۲) مطابقت دارد.

### نتیجه‌گیری

در این مطالعه توابع توزیع آماری مختلف متناسب با داده‌های مقادیر حجم خشکی رودخانه‌های منتخب

### منابع مورد استفاده

1. Abdi Kordani, A. and A. Fakharifar. 2008. Frequency distribution of the maximum river flow using linear moments, the National Congress on Civil Engineering, Tehran University. (In Persian)
2. Abida, H. and M. Ellouze. 2007. Probability distribution of flood flow in Tunisia. Hydrology and Earth System Sciences Discussions, 4: 957-981.
3. Arnold, B.C. and L. Laguna. 1977. On generalized Pareto distributions with applications to income data. Ames, Iowa: Iowa State University, Department of Economics.
4. Arnold, B.C. 2011. In duangkamon chotikapanich. Modeling Distributions and Lorenz Curves, New York, Springer.
5. Asakare, H. 2011. Farin precipitation sampling frequency change. Journal of Geography and Urban Planning, 45(1): 23-36 (in Persian).
6. Balkema, A.A. and L. De Haan. 1974. Residual life time at great age. The Annals of Probability, 792-804.
7. Evans, M., N. Hosting and B. Peacock. 2009. Statistical distributions. Eta Publications, No. 38, Statistics and Mathematics 17 (in Persian).
8. Gholami, A., M. Mahdavi and M. Vafakhah. 2001. Distribution of potential for minimal rates, average and maximum torque by using L, case study: Mazandaran Province. Journal of Natural Resources, 54(4): 12-21 (in Persian).
9. Griffiths, G.A. 1989. Hydrological sciences. Des Sciences Hidrologiques, 34 :34-47.
10. Hosking, J.R.M. 1990. L-moments: analysis and estimation of distribution using linear combinations of order statistics. Journal of the Royal Statistical Society, 52: 105-124.
11. Hosking, J.R.M. 2005. FORTRAN routines for use with the method of L-moments. Version 3.05, Research Report, IBM Research Division, Yorktown Heights, New Yor, 98-105.
12. Hosking, J.R.M. and J.R.M. Wallis. 1993. Some statistical useful in regional frequency analysis. Water Resources Research, 29(2): 271-281.
13. Houghton, J.C. 1978. Birth of a parent: The Wakeby distribution for modeling flood flow. Water Resources Research, 14(6): 1105-1109.
14. Jingyi, Z. and M.J. Hall. 2004. Regional flood frequency analysis for the Gan-Ming river basin in China. Journal of Hydrology, 296(1-4): 98-117.

15. Johnson, K. and K. Bala. 1994. Continuous univariate distribution. Volume 1, Second Edition, Wiley, 44-47.
16. Johnson, N. 1949. Systems of frequency curves generated by methods of translation. *Biometrika*, 36(1/2): 149-176.
17. Keshtkaran, P. and T. Sabzevari. 2010. Estimating maximum instantaneous flood rivers province using software Mathwave (EasyFit5.2). National Conference of Civil Engineering and Sustainable Development (in Persian).
18. Khoshhal, J., H. Ghayour and D. Rahimi. 2002. Gamble's application hybrid model analysis of Northern Karun catchment rainfall maximum. *Journal of Geography and Development*, 3(5): 73-84. (in Persian).
19. Kroll, C.N. and R.M. Vogel. 2002. Probability distribution of low stream flow series in the United States. *Journal of Hydrologic Engineering*, 7(2): 137-146.
20. Kumar, R. and C. Chatterjee. 2005. Regional flood frequency analysis using L-moments for North Bahmaputra region of India. *Journal of Hydrologic Engineering*, 10(1): 1-7.
21. Lee, C.Y. 2004. Application of rainfall frequency analysis on studying rainfall distributi characteristics of chia-nan plain area in Southern Taiwan. *Crop, Environment and Bioinformatics*, 2: 31-38.
22. Markose, S. and A. Alentorn. 2011. The Generalized Extreme Value (GEV) distribution, implied tail index and option pricing. *Journal of Derivative*, 18(3): 35-60.
23. Mendenhall, W. and J. Reinmuth. 1982. *Statistics for management and economics*. 4th Edition, Duxbury Press, 432 pages.
24. Moravaj, L. and K. Khalili. 2012. Compare the statistical distribution of the Wakeby Five common parameter used in hydrology, the study of the West Lake. *Integrated Water Resources Management University of Sari* (in Persian).
25. Mosaedi, A., M. Zangane., H. Saman Manash and A. Krimi Rad. 2009. Determine the most appropriate statistical distribution functions of at least 1 to 30 days, case study: Gondab Kavus gauging station. The 5th National Conference on Science and Engineering of Watershed Management, (in Persian).
26. Ozteken, T. 2011. Estimation of the parameters of Wakeby distribution by a numerical least squares method and applying it to the annual peak flow of Turkish rivers. *Water Resources Management*, 25(5): 1299-1313.
27. Wilcoxon, F. 2006. Individual comparison by ranking methods. *Biometrics*, 1(6): 80-83.
28. Yousefi, N., S. Hajjam and P. Iran-Nejad. 2006. Intercomparison of markov chain and normal distribution results in drought investigation application. *Geographical Studies*, 60: 121-128 (in Persian).

## **Frequency analysis of river drought by common and advanced statistical distributions, case study: western rivers of Urmia Lake**

**Mohammad Nazeri Tahroudi<sup>1</sup> and Yousef Ramazani<sup>\*2</sup>**

<sup>1</sup> PhD Student, Faculty of Agriculture, Birjand University, Iran and <sup>2</sup> Assistant Professor, Faculty of Agriculture, Birjand University, Iran

Received: 13 May 2017

Accepted: 04 October 2017

### **Abstract**

Estimating return period of hydrological processes such as flood flow, maximum discharge, drought and etc, is related directly to selecting a suitable probability distribution function. With selecting a proper distribution function, estimated return period will be more close to actual data and error will be reduced. So, it should be tried to select the best probability distribution function. In this study, using daily discharge of western rivers of Urmia Lake, as well as the annual mean method, the data of the drought volume of these rivers were extracted. Several distributions from each of the continuous distributions, such as the continuous distribution of generalized maximums and wakeby, the continuous non-zero Erlang distribution, the continuous Johnson SB distribution, and the continuous boundary of Normal distribution for fitting the data of the dry volume of the western rivers Lake Urmia was used in the 38-year statistical period. Anderson-Darling and Kolmogorov-Smirnov tests used to compare results of each distribution. Also correlations between the data obtained from the sample data and statistical models computed. The results of the frequency distribution of the data of the three rivers showed that among the distributions of the continuous group, the advanced statistical distributions of Wakeby and Johnson SB had the best distribution and also had better performance than the conventional statistical methods.

**Key words:** Erlang, GEV, Johnson SB, Statistical distribution, Urmia Lake

---

\* Corresponding author: y.ramezani@birjand.ac.ir